Centro de Investigaciones Educacionales Paradigma (CIEP)
1011-2251 2665-0126
Volume XLV, Noviembre de 2024
Edición Temática, Número 2
10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2024.e2024001.id1573

¿Qué podemos aprender de la enseñanza magistral? Una contribución a la investigación de la actividad matemática escolar

Luis Radford[1] **Alonso Quiroz**[2]
Maritza Silva[3]

Resumen

Este artículo busca arrojar luces sobre el aula de matemáticas mediante una investigación de la actividad matemática que allí ocurre. Dicha investigación está lejos de ser evidente, precisamente por la complejidad que presenta dicha actividad; complejidad que se manifiesta, por ejemplo, en los posicionamientos que adoptan tanto estudiantes como profesores en el aula, así como en las concepciones subyacentes sobre el saber matemático y su aprendizaje. La investigación presentada se apoya en la teoría de la objetivación. En esta teoría, la actividad matemática en el aula se caracteriza a través de dos componentes organizadores interrelacionados: a) la forma en que las ideas matemáticas se producen y se ponen en circulación en el aula, y b) el tipo de interacción que se da entre estudiantes y profesores. La investigación estudia uno de los tipos de actividad matemática escolar más populares en la práctica educativa: la lección magistral. Para ello, se recurre a un estudio de caso basado en una lección de una escuela secundaria chilena. El análisis revela una serie de dispositivos sutiles, tanto discursivos como no discursivos, a los que recurren el profesor y los estudiantes para posicionarse mutuamente y asegurar formas específicas de circulación de ideas en el aula.

Palabras clave: Dialéctica del Señor y el Siervo, Emancipación, Insubordinación, Teoría de la Objetivación, Posicionamiento, Sujeción, Poder.

What can we learn from transmissive teaching? A contribution to the investigation of school mathematics activity

Abstract

This article seeks to shed light on the mathematics classroom through an investigation of the mathematical activity that takes place there. This investigation is far from being evident, precisely due to the complexity of this activity —complexity that appears, for example, in the positions taken by students and teachers in the classroom, as well as in the underlying conceptions about mathematical knowledge and its learning. The research presented here is based on the theory of objectification. In this theory, classroom mathematical activity is characterized through two interrelated organizing components: (a) the way in which mathematical ideas are produced and circulated in the classroom and (b) the type of interaction that occurs between students and teachers. In this article we study one of the most popular types of school mathematics activity in school practice: transmissive teaching. For this purpose, we resort to a case study based on a lesson in a Chilean secondary school. The analysis reveals a series of subtle discursive and non-discursive devices used by the teacher and the students to position each other and to ensure specific forms of circulation of ideas in the classroom.

Keywords: Dialectics of Lord and Bondsman, Emancipation, Insubordination, Theory of Objectification, Positioning, Subjection, Power.

[1] École d'éducation, Université Laurentienne, Canadá. Correo electrónico: lradford@laurentian.ca
[2] Universidad de Santiago de Chile, Chile. Correo electrónico: alonso.quiroz@usach.cl
[3] Universidad San Sebastián, Chile. Correo electrónico: maritzasilva1@gmail.com

O que podemos aprender com o ensino transmissivo? Uma contribuição para a investigação da atividade matemática escolar

Resumo

Este artigo procura lançar luz sobre a sala de aula de matemática por meio de uma investigação da atividade matemática que ocorre nela. Essa pesquisa está longe de ser evidente, precisamente devido à complexidade dessa atividade–uma complexidade que aparece, por exemplo, nas posições assumidas por alunos e professores em sala de aula, bem como nas concepções subjacentes sobre o saber matemático e seu aprendizado. A pesquisa apresentada baseia-se na teoria da objetivação. Nesta teoria, a atividade matemática em sala de aula é caracterizada por dois componentes organizadores inter-relacionados: (a) a forma como as ideias matemáticas são produzidas e circulam na sala de aula e (b) o tipo de interação que ocorre entre alunos e professores. A pesquisa estuda um dos tipos mais populares de atividade matemática escolar na prática escolar: a aula expositiva. Para isso, utiliza um estudo de caso baseado em uma aula de uma escola secundária chilena. A análise revela uma série de dispositivos discursivos e não discursivos sutis usados pelo professor e pelos alunos para se posicionarem mutuamente e para garantir formas específicas de circulação de ideias na sala de aula.
Palavras-chave: Dialética do Senhor e do Servo, Emancipação, Insubordinação, Teoria da Objetivação, Posicionamento, Sujeição, Poder.

INTRODUCCIÓN

El esfuerzo por comprender el aula de matemáticas, incluyendo su orientación pedagógica y curricular, así como su organización, ha sido uno de los problemas más antiguos de la educación matemática. En las primeras décadas del siglo XX, la revista *L'Enseignement Mathématique*, fundada en 1899, ya presentaba informes regulares, como el de Chatelet, Enriques y Gagnebin (1929), sobre la orientación curricular y los métodos de enseñanza utilizados en varios países. Estudios recientes demuestran que este interés sigue vigente. Clarke, Emanuelsson, Jablonka y Mok (2006), por ejemplo, se propusieron comparar aulas de matemáticas en todo el mundo (ver también Kaur, Anthony, Ohtani y Clarke (2013) y Mesiti, Artigue, Grau y Novotna (2022)). Este artículo busca arrojar luces sobre el aula de matemáticas mediante un análisis de la *actividad matemática* que allí tiene lugar.

Evidentemente, toda actividad matemática que ocurre en el aula está respaldada por una concepción específica del aprendizaje. Así, las diferentes teorías contemporáneas de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas han propuesto tipos específicos de actividad matemática escolar, especialmente en relación con su estructuración y dinámica (ver, por ejemplo, Cabañas y Cantoral, 2010). En términos generales, podemos decir que la actividad matemática en la escuela se concibe de acuerdo con el papel que la teoría atribuye a alumnos y profesores. Este punto se puede ilustrar muy bien considerando dos de las teorías más influyentes en nuestro campo: el socioconstructivismo y la teoría de situaciones didácticas.

En efecto, el socioconstructivismo considera que la actividad matemática se desarrolla enmarcada por una serie de normas que estudiantes y profesores generan progresivamente juntos. Estas normas se dividen en dos clases: a) las normas sociomatemáticas y b) las normas sociales. Las primeras se refieren al contenido disciplinario, mientras que las segundas al comportamiento social de los sujetos.

Para aclarar la distinción entre las normas sociomatemáticas y las normas sociales, los autores mencionados proponen los siguientes ejemplos:

> La idea de que se espera que los estudiantes expliquen sus soluciones y su forma de pensar es una norma social, mientras que la idea de lo que se considera una explicación matemática aceptable es una norma sociomatemática. Del mismo modo, el entendimiento de que cuando se discute un problema los estudiantes deben ofrecer soluciones diferentes a las ya aportadas es una norma social, mientras que el entendimiento de lo que constituye una diferencia matemática es una norma sociomatemática. (Yackel y Cobb, 1996, p. 461)

Lo que conviene subrayar aquí es que, en la concepción del aula que propone el socioconstructivismo, las normas que orientan y dan forma a la actividad matemática son el resultado de *negociaciones* entre profesores y estudiantes. La negociación es el dispositivo que permite a profesores y estudiantes entrar al mundo social sin violar la premisa fundamental del socioconstructivismo. De acuerdo con esta premisa, el individuo es el *fundamento* del orden cognoscitivo, epistemológico y ontológico.

La postura teórica que adoptan los socioconstructivistas impregna a su pedagogía con una teleología específica: la actividad matemática escolar debe ser tal que ofrezca al estudiante el espacio de la construcción de sus propias ideas. En este contexto, el profesor es llamado a crear condiciones en el aula (mediante discusiones generales, trabajos en grupos pequeños, etc.) para instalar una cultura investigativa (*an inquiry tradition*) en la que los estudiantes generen sus propias ideas y usen las de los demás de manera reflexiva para mejorar las suyas[4].

En el caso de la teoría de situaciones didácticas (TSD) (Brousseau, 2002), el aula de matemáticas se concibe y estudia a través de una dinámica distinta de la socioconstructivista. La normatividad que da forma y contenido al aula de matemáticas no se explica a través de *negociaciones* entre los participantes, sino a través del constructo teórico de *contrato didáctico*. Este contrato distribuye responsabilidades entre profesores y estudiantes.

La TSD coincide con el socioconstructivismo en que, para que el aprendizaje se produzca *realmente*, la construcción del conocimiento debe ser realizada por los alumnos (detalles en Radford, 2018). Así, al igual que en el socioconstructivismo, en la TSD, el profesor no puede permitirse explicar al alumno cómo resolver un problema matemático, como se hace normalmente en la enseñanza magistral. Sin embargo, con toda probabilidad, los alumnos no podrán por sí solos construir o reconstruir el sofisticado saber de las matemáticas que ha sido producto de un largo proceso cultural milenario. De esta situación surge una serie de responsabilidades. Por un lado, el profesor tiene la responsabilidad de crear las condiciones para que los alumnos resuelvan los “problemas que no se les han enseñado”

[4] Comentando un pasaje de una lección de matemáticas en una clase de segundo grado de primaria en el que participan dos estudiantes, Dennis y Ella, Yackel y Cobb dicen: “Dennis tenía que comparar sus soluciones con las de Ella y juzgar las similitudes y diferencias. Al hacerlo, su solución se convirtió en objeto de ***su propia reflexión***” (Yackel y Cobb, 1996, p. 464. El énfasis es nuestro).

(Brousseau, 2002, p. 32). Por otro lado, los alumnos tienen la responsabilidad de buscar y encontrar estos procedimientos de resolución de problemas por sí mismos. Vemos, pues, cómo, en la TSD, el contrato didáctico desempeña un papel semejante al que juegan las normas sociomatemáticas y sociales en el socioconstructivismo. Sin embargo, existen diferencias muy importantes.

Una de las diferencias tiene que ver con las concepciones que esas teorías vehiculan acerca de lo social. En el socioconstructivismo, lo social y las relaciones entre los individuos están al servicio del desarrollo de la actividad cognitiva subjetiva del estudiante. En la TSD, por el contrario, lo social está al servicio de la adquisición de un saber cultural; mientras que en el constructivismo lo social es una herramienta cognitiva, en la TSD lo social es una herramienta *epistemológica*.

Estos breves ejemplos sugieren que la concepción del aula matemática escolar y su dinámica es un problema complejo que conduce a visiones diferentes de la participación de los estudiantes y del profesor[5].

Como mencionamos anteriormente, este artículo busca arrojar luz sobre el aula de matemáticas a través de una mirada a la actividad que allí ocurre. Para ello, adoptamos un enfoque diferente al propuesto por el socioconstructivismo y la TSD. El enfoque se centra en el constructo teórico de *actividad de enseñanza y aprendizaje* elaborado en la teoría de la objetivación (Radford, 2023a). Este constructo se presenta en la siguiente sección. Luego se expone un estudio de caso basado en un análisis de una lección de matemáticas en una escuela secundaria chilena, lección que podríamos llamar “clásica” o “magistral”. La aproximación seguida en este artículo corresponde a lo que en la literatura se llama un estudio de caso *exploratorio*, definido por Priya (2021) de la siguiente manera: “Se trata de estudiar un fenómeno con la intención de ‘explorar’ o identificar nuevas preguntas de investigación que puedan utilizarse en posteriores estudios de investigación de forma extensiva” (p. 96) [ayudando así] “a la generación de propuestas teóricas de aplicabilidad más amplia” (p. 94).

MARCO TEÓRICO

La unidad de análisis que propone la teoría de la objetivación para comprender el aula de matemáticas es la *actividad de enseñanza y aprendizaje*. Esta actividad se entiende en el sentido de Leont’ev (1978), es decir, como la *unidad molar* que refleja las ideologías y contradicciones societales[6].

Dentro de esta perspectiva, la actividad no puede reducirse a las acciones e interacciones de profesores y estudiantes, por muy complejas que estas sean. La actividad es algo mucho más rico. No

[5] En un artículo reciente, Andrà, Brunetto, Parolini y Verani (2020) han identificado cuatro modos fundamentales de participación en las actividades grupales a partir de un análisis basado en expresiones, miradas, posturas, gestos y entonaciones en la interacción; dicho análisis da indicios de la manera en que estudiantes y profesores se posicionan en el aula. Con algunas pautas diferentes, un trabajo importante ha sido conducido por Godino (2013) y por Breda, Font y Pino-Fan (2018), en términos de idoneidades analíticas que buscan interrelacionar dimensiones de la interacción, de la cognición, del saber y la ecología del entorno.

[6] Por ideología no entendemos aquí una especie de “falsa consciencia” o una versión disfrazada de la realidad. Siguiendo a Vygotsky, por ideología nos referimos a sistemas de ideas y normas de origen social “que se han plasmado en forma de estatutos legales, preceptos morales, gustos artísticos, etcétera” (Vygotsky, 1997b, p. 211). Estas normas están profundamente ancladas en las estructuras sociales que las generan cotidianamente.

es simplemente hacer algo; es el nombre de ese proceso a través del cual los individuos se inscriben y posicionan cotidianamente en el mundo social. En otras palabras, es una *forma de vida*. En un pasaje de los *Manuscritos parisinos*, Marx (1968, p. 62) dice: "¿Qué es la vida, si no la actividad?"

No debería ser sorprendente, entonces, que en la actividad de enseñanza y aprendizaje se expresen las maneras sociales, históricas y culturales de cómo se comprende la educación en general, y la enseñanza y el aprendizaje en particular (Radford, 2020a, 2023a; Valero, 2009).

En la teoría de la objetivación se propone una caracterización de la actividad matemática de enseñanza y aprendizaje a través de dos ejes o componentes organizadores interrelacionados: a) las formas de producción y circulación de ideas en el aula[7]; b) las formas de colaboración humana que los estudiantes y profesores ponen en marcha en sus interacciones.

Las formas de producción y circulación de ideas

Las *formas de producción y circulación de ideas* comprenden tres elementos: concepciones respecto al saber matemático, la normatividad del saber y la operacionalización de la normatividad en el aula. Estos elementos se explican a continuación.

1. Las concepciones respecto a la *naturaleza* del saber matemático en el aula:
    a) La *dimensión ontológica* aborda el *modo de existencia* que se asume respecto a las matemáticas. Por ejemplo, las matemáticas pueden concebirse de manera platónica, como una entidad ideal que preexiste a la acción humana (Bernays, 1935); o pueden concebirse de manera realista, como ideas que explican el mundo natural y social (Busch, 2012; Colyvan, 2001; de Pace, 1993). El saber también puede ser concebido desde una perspectiva histórico-cultural, como se ha propuesto en la teoría de la objetivación: como formas generales de labor humana; es decir, como sistemas dinámicos constituidos de arquetipos de acción, discurso y pensamiento que han sido formados histórica y culturalmente (Radford, 2023a).
    b) La *dimensión epistemológica* aborda cómo se llega a conocer el saber matemático. En el platonismo, las matemáticas se descubren a través de la práctica discursiva (la práctica del *logos*). En el realismo clásico, las matemáticas se descubren a través de la modelización y el experimento.
    c) c) La *normatividad* del saber. Esta se manifiesta, por ejemplo, a través de los métodos que se adoptan en el aula para establecer verdades, así como en los tipos de explicación y argumentación que son favorecidos.

[7] Siguiendo la etimología griega, por idea (ἰδέα) entendemos los contenidos de pensamiento que se van generando cuando los individuos tratan de dar sentido a lo que va ocurriendo y apareciendo frente a ellos. Estos contenidos son a la vez ideales y materiales.

d) La *operacionalización* del saber. Es decir, aquellos *dispositivos* y *procesos corpóreos, discursivos y retóricos* por medio de los cuales se constituye y materializa la normatividad en la práctica matemática del aula.

Las formas de colaboración humana

Las *formas de colaboración humana* incluyen, primero, las maneras en que los profesores y estudiantes interactúan entre sí y, segundo, cómo se posicionan frente al saber y, por medio de este, ante los demás individuos. Estas formas de colaboración humana se despliegan en un movimiento de naturaleza ética y ocupan un lugar central en los modos de intersubjetividad y subjetivación que surgen en el aula (Vargas y Radford, 2023)[8].

A la luz de estos dos ejes organizadores interrelacionados, en la próxima sección nos detenemos en un estudio de caso: una lección de matemáticas en una escuela secundaria, cuyo contexto explicamos a continuación. Lo que nos interesa explorar son aquellos mecanismos implícitos y explícitos a los que recurren el profesor y los estudiantes para asegurar el buen desarrollo de la lección. Estos mecanismos manifiestan los modos en el que el poder se distribuye en el aula y los regímenes de verdad correspondientes. Tomamos de Foucault la idea que un régimen de verdad se constituye a través de

> los tipos de discurso que se aceptan y que se permiten que funcionen como verdaderos; los mecanismos e instancias que permiten distinguir entre enunciados verdaderos y falsos, la forma en que se sanciona uno u otro; las técnicas y procedimientos que se valoran para obtener la verdad; el estatus de quienes tienen la tarea de decir lo que funciona como verdadero. (Foucault, 2001, p. 112)

En particular, nos interesa poner de manifiesto el papel coordinado del profesor y de los estudiantes en la constitución de un orden social que sitúa al profesor en una posición de poder y a los estudiantes en una de sumisión. Interpretamos ese posicionamiento del profesor y de los estudiantes a través de una dialéctica específica: “la dialéctica del señor y el siervo”, propuesta por el filósofo alemán G. Hegel en su obra *La fenomenología del espíritu* (Hegel, 1977). Concluimos con una discusión sobre lo que significaría romper con este posicionamiento sujetador.

CONTEXTO

La lección que analizaremos proviene de una videograbación de una clase de segundo medio (estudiantes de 15 y 16 años) de una escuela secundaria en Chile. La lección está a cargo de un profesor calificado como *destacado*, según los parámetros oficiales determinados por las autoridades educativas en Chile. Conviene mencionar que los docentes en Chile que se desempeñan en establecimientos municipales deben rendir una evaluación de desempeño cuyo objetivo es mejorar la calidad de la educación. Para esto, se consideran cuatro instrumentos que se complementan y permiten reunir información sobre el desempeño del docente: un portafolio que contiene, entre otras cosas, la planificación de la enseñanza y aprendizaje, una autoevaluación del profesor, una evaluación del plantel

[8] Notemos que, en realidad, tanto las formas de producción y circulación de ideas como las de colaboración humana están entrelazadas. Si se separan en el análisis, es con la intención de comprender mejor los procesos de enseñanza y aprendizaje y la dinámica del aula.

educativo y la grabación de clases. La grabación de clases permite evaluar cómo el docente estructura su clase en lo que respecta a: a) cómo promueve la participación de los estudiantes, b) cómo utiliza las preguntas para enseñar y c) cómo retroalimenta el trabajo de los estudiantes.

Se puede observar que mediante los aspectos que incluye la grabación, el sistema de evaluación pone un énfasis importante en cómo se toma en cuenta al estudiante y en la creación de un ambiente social participativo, favoreciendo, de esta manera (en principio), un tipo de enseñanza y aprendizaje que intenta desprenderse del enfoque magistral. A cada docente evaluado se le debe asignar un nivel de desempeño; uno de estos es el *destacado*, nivel que considera un desempeño profesional sobresaliente según los criterios mencionados.

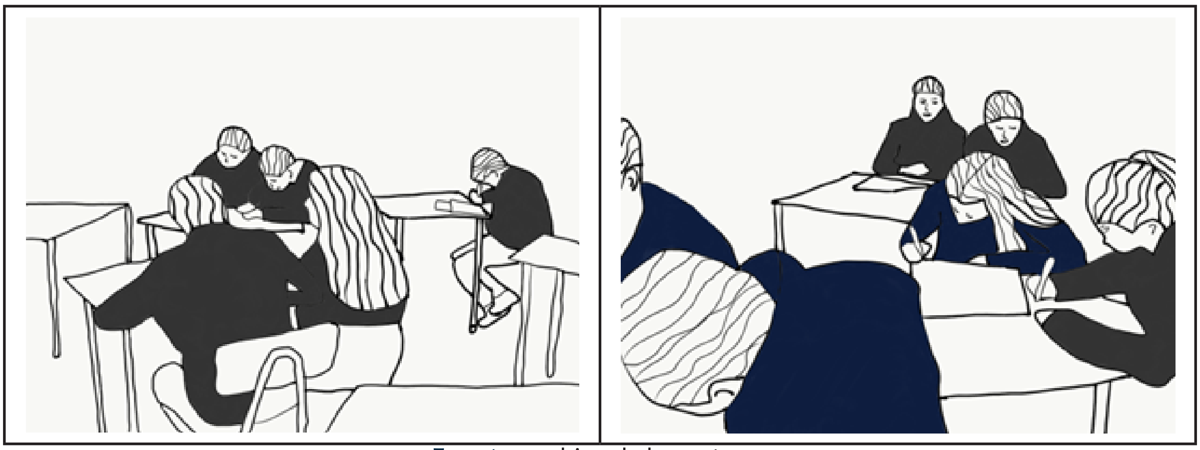
La lección que se analiza a continuación está dividida en tres partes: introducción, desarrollo y cierre.

Primera parte de la lección

El objetivo de la primera parte de la lección es recordar lo que los estudiantes han aprendido anteriormente y que es necesario para resolver los problemas que serán discutidos durante la lección. Esta primera parte se subdivide en dos: una en la que el profesor recuerda de manera general los conceptos vistos y otra en la que los estudiantes deben hacer una pequeña tarea.

Empecemos por notar la topografía del aula: el espacio ha sido dividido de tal manera que algunos estudiantes se encuentran en grupos de dos, mientras que otros se encuentran solos (ver Figura 1). La organización espacial del aula refleja algunas ideas acerca de la concepción y el papel que desempeña lo social en el proyecto didáctico del profesor. En principio, el agrupamiento de estudiantes sirve para propiciar la comunicación y el intercambio de ideas. Sin embargo, la organización espacial es insuficiente para asegurar una circulación compartida e interactiva de ideas.

Figura 1 – Izquierda: toma de la parte frontal de la clase. Derecha: toma desde el fondo de la clase



Fuente: archivo de los autores

Cuando la lección comienza, el profesor ha colocado en el lado izquierdo del pizarrón una hoja grande cuadriculada que muestra los ejes del plano cartesiano. A continuación, ofrecemos extractos de la primera parte de la lección:

> Profesor: Me es grato saludarles. Recuerden ustedes que ya hace algunas jornadas atrás, comenzamos a ver todo lo que era el plano cartesiano. Aprendimos a dibujar algunas figuras en el plano […] también […] ubicamos o graficamos algunas rectas. Cuando revisamos el plano cartesiano nosotros, ¿cierto?, hablamos de algunas estructuras que definen al plano en sí. Dijimos que el plano estaba formado, ¿cierto?, por dos rectas que se cortaban. ¿Qué nombres recibían, por ejemplo, estas dos rectas que en el plano se llaman ejes? (*El profesor hace un gesto indexical para mostrar las rectas en la hoja cuadriculada*) ¿Qué nombres recibía, por ejemplo, este eje? ¿Alguien recuerda?
> Estudiante 1: El de la equis o de las abscisas.
> Profesor: Ya, el eje de las equis o eje de las abscisas […] Este otro eje (*apuntando al eje en la hoja cuadriculada*), ¿Qué nombres recibía?
> Estudiantes: Eje *y* o de coordenadas.
> Profesor: (repitiendo lo que han dicho los estudiantes) Eje de las *y* o eje de las coordenadas. También, en las clases anteriores, dijimos que el hecho de que estos ejes se cortaran en forma perpendicular daban origen a cuatro cuadrantes que tenían características especiales. Si ustedes me ayudan, el cuadrante número uno (*apunta al cuadrante uno con la mano*). ¿Qué recogía este cuadrante? ¿Qué pares? ¿Qué tipo de puntos recogía?
> Estudiante 2: Positivo, positivo.

Este corto extracto permite ver cómo, por medio de preguntas que exigen respuestas cortas, el profesor empieza a hacer circular ideas al mismo tiempo que conserva las pautas de la circulación de estas. La circulación de ideas comienza alrededor de un énfasis en el vocabulario matemático.

Luego sigue una pequeña tarea, en la cual los estudiantes van a ubicar unos puntos en el plano y trazar una recta:

> Profesor: Vamos a desarrollar juntos esta tareíta aquí en el aula, donde vamos a ubicar algunos puntitos en el plano. Luego, ¿cierto?, vamos a trazar una recta también aquí en el plano. Esto […] lo estamos manejando eh… como un aprendizaje previo, lo vamos a hacer, eh, lo más rápido que podamos, ah. Utilice su reglita. Utilice cierto eh… gracias hijo [el estudiante termina de repartir la tarea] […] Si hay alguien que tenga alguna duda, simplemente levanta la manita, ¿cierto?

Los estudiantes trabajan en la tarea en silencio alrededor de un minuto. El profesor utiliza "vamos" para dar la impresión de un trabajo colectivo. En ese mismo pasaje, el profesor establece uno de los mecanismos de comunicación que serán utilizados: levantar la mano, lo que le permite mantener control de la interacción. Se trata de un mecanismo de vigilancia didáctica, es decir, de un dispositivo que se implanta en el aula para delimitar las maneras de comunicación y de circulación de ideas. Durante la actividad, el profesor circula entre los grupos, pero no interactúa; solo supervisa.

En la actividad discursiva del profesor aparece la cuestión del tiempo ("rápido", línea 7). El tiempo aparece como recurso didáctico que debe optimizarse. Esto se evidencia cuando el profesor da por concluida la primera parte de la tarea para proceder a su corrección en el pizarrón, aunque los estudiantes todavía están trabajando.

Un alumno se acerca al pizarrón y ubica el punto (4,4). Luego, coloca (0, -3) y regresa a su asiento. La tarea incluía la ubicación de dos parejas de puntos más y, por cada pareja, la graficación de la recta que pasa por esos puntos. Las parejas en cuestión son (-3, 2) y (-4, -3) por un lado, y (3, 3) y (4, 2), por el otro. Otros estudiantes pasan sucesivamente al pizarrón, siguiendo el mismo patrón: colocan los puntos en el pizarrón, no hablan y regresan de inmediato a sus lugares.

Observamos que el saber matemático se revela en el aula bajo la dirección del profesor. Este traza los senderos por los cuales el saber cultural y las ideas de los estudiantes pueden transitar. La participación de los estudiantes es puramente instrumental: parece que participan en la producción y circulación de ideas, aunque en realidad no son más que actores de un guion establecido. No se nota ninguna intención de fomentar la comunicación entre los estudiantes. Además, el contenido de la "tareíta" no permite ningún posicionamiento reflexivo, ni al profesor ni a los estudiantes. También, se puede observar un apremio por terminar esta parte de la lección, que dura aproximadamente nueve minutos.

Cabe preguntarse, ¿era necesario realizar esta tarea? Es probable que la respuesta que venga a la mente rápidamente sea no. Sin embargo, al examinar con más detenimiento lo que ha sucedido, nos percatamos de que los nueve minutos de introducción de la lección no son un tiempo perdido; al contrario, son fundamentales para afianzar los mecanismos de circulación de las ideas y las formas de colaboración humana. Es parte del ritual que no solo da estabilidad a la lección, sino que permite al profesor posicionarse ante el saber, y al mismo tiempo, posicionar a los estudiantes. La introducción, en otras palabras, no es solamente un recordatorio matemático; es también un recordatorio del funcionamiento de la clase y de lo que se espera de cada uno de sus participantes.

Segunda parte de la lección

Terminada esta primera etapa, el profesor se dispone a plantear el objetivo de la clase. Para ello, utiliza un problema, el cual introduce diciendo "El objetivo de la clase para hoy es resolver problemas con enunciado que involucren sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas".

A continuación, señala: "Les voy a pedir que presten la máxima atención porque aquí se centra el objetivo de nuestra clase". Luego, procede a traducir el problema en lenguaje algebraico. De esta manera, el profesor no solo prescribe lo que hay que hacer, sino también la forma de hacerlo a través de un dispositivo "top-down" (de arriba hacia abajo).

El problema a resolver, que aparece escrito en la esquina izquierda superior del pizarrón, es el siguiente:

Un zoológico tiene avestruces y jirafas. Si entre todos se cuentan 7 cabezas y 20 patas, ¿cuántas avestruces y cuántas jirafas hay?

El profesor no brinda la oportunidad para que los estudiantes intenten resolver el problema por sí mismos. En consecuencia, el contenido de la situación se dirige en una dirección que limita el posicionamiento de los estudiantes. Es el profesor quien resuelve el problema.

En la solución, el profesor determina las variables involucradas. Indica que "al avestruz lo vamos a identificar con la letra equis". Observamos que el profesor confunde el objeto con su designación. En efecto, la letra x designa al *avestruz* y no al *número* de avestruces.

La falta de un espacio discursivo que garantice la participación activa de los estudiantes tiene consecuencias en la producción y circulación de ideas. Esta falta de participación se refleja en la postura de una de las estudiantes (figura 2), quien no parece interesada en seguir la solución del problema que presenta el profesor.

Figura 2 – La estudiante de la derecha parece distraída

Fuente: archivo de los autores.

Sin embargo, quizás influenciado por la necesidad de asegurar la participación de los estudiantes, que requiere la evaluación docente, el profesor intenta hacerlos participar mediante preguntas triviales: "¿Cuántas patas tiene un avestruz? ¿Cuántas patas tiene la jirafa?"[9] Quizás estas preguntas podrían haber adquirido sentido si los estudiantes hubiesen tenido la oportunidad de investigar el problema entre ellos. En la ruta que sigue el profesor, los estudiantes simplemente confirman ideas que emanan del profesor.

Luego de "armar" el sistema de ecuaciones, el profesor señala: "Hemos armado nuestro sistema, sin perder la visión de los antecedentes".

En la pizarra el profesor ha escrito:

$$x + y = 7$$
$$2x + 4y = 20$$

De nuevo, se emplea el recurso lingüístico "hemos" para dar la impresión de que el sistema de ecuaciones es el resultado de una coproducción entre el profesor y los estudiantes. Luego, el profesor expresa su propia valoración de cómo relacionó el problema con las variables:

[9] Las preguntas son triviales en el sentido que no permiten a la clase en embarcarse en discusiones profundas; no son preguntas abiertas, sino cerradas, que requieren una respuesta corta, sin riesgos.

> ¡Miren qué bonito! Por eso uno se enamora de las matemáticas, porque mirando un juicio, mirando un enunciado, ¿cierto?, que puede decir hasta, hasta del mundo del animal, podemos sacar características de allí y armar un problema matemático, ¿cierto? Estructurar un problema matemático a través de un sistema de ecuaciones.

En este pasaje, el profesor desvela la experiencia estética que le ocurre a él cuando desarrolla el proceso de traducción del problema del lenguaje común al lenguaje simbólico. Desafortunadamente, los estudiantes no pueden hacer lo mismo; no pueden participar del gozo estético ya que han sido marginados del proceso de producción de ideas y se han limitado a contemplar las proezas del profesor solo como espectadores.

Una vez planteado el sistema de ecuaciones, el profesor podría haber preguntado ¿Cómo podemos resolver este sistema? Dado que el profesor supone que los estudiantes ya habían aprendido a resolver sistemas de ecuaciones por distintos métodos, lo que se evidencia en la afirmación "Como usted maneja el resto". Sin embargo, dado que el objetivo de la clase es aplicar el método de resolución de sistemas de ecuaciones, el profesor decide conducir a los estudiantes por este camino: los estudiantes van a participar, pero simplemente de manera instrumental, para efectuar cálculos aprendidos previamente.

> Yo los voy a invitar, los voy a invitar a que cada ecuación que hemos logrado aquí, usted me la transforme en una función afín, me la transforme en una función afín, o sea tenemos que hacer un trabajo algebraico allí. Ese es el desafío. Logremos una función afín.

Hubiese resultado interesante que, al menos en primera instancia, los estudiantes hubiesen resuelto el sistema por otros métodos o simplemente por inspección, y que luego el profesor hubiese planteado la pregunta de si era posible haber resuelto el sistema de otra manera y cuál sería el costo y el gusto de ello. Sin embargo, el profesor resuelve el sistema de ecuaciones sin acudir a una reflexión crítica y pertinente que pudiese conjugar las diferentes perspectivas de los estudiantes. Impone así un *régimen de verdad*, una manera de hacer cosas, de resolver problemas, en este caso.

El régimen de verdad que ponen en marcha el profesor y los estudiantes revela una comprensión del aprendizaje. Por ejemplo, en este régimen, la comprensión del aprendizaje está lejos de ser dialógica; muestra, en realidad, un enfoque en la transmisión del saber. La cuestión de proporcionar los tiempos necesarios para que los estudiantes ensayen posibles soluciones no entra en la actividad como un elemento esencial.

El docente se pasea por la sala de clases respondiendo preguntas y detectando aquellos estudiantes que responden correctamente. Los estimula a viva voz "Muy bien, muy bien. Dejémoslo ahí. Esta sería nuestra primera función afín". Luego continua: "Vamos entonces, ahora a la segunda ecuación. Eh ya, ya bien. Ya eh, correcto".

¿Qué forma de vida ofrece esta actividad? Si vemos lo que está ocurriendo en la actividad matemática escolar a la luz de los dos ejes de nuestro cuadro teórico, notamos que, respecto a las formas de producción y circulación de ideas, el docente ha tomado un control definitivo. Los estudiantes participan de manera corta y tangencial. Respecto a las formas de colaboración humana, el docente no solo no favorece la interacción entre estudiantes y su participación, sino que bloquea la participación cuando esta se vislumbra. La puesta en marcha de dispositivos de comunicación y vigilancia didáctica está orientada hacia la exclusión de aquello que potencialmente podría llevar al profesor a perder el control de la clase. En cierto momento, haciendo referencia a los cálculos algebraicos que ha hecho un estudiante, dice: "Estéticamente, ¿Qué te pasó, Salamanca? Ya, espérate un poco. Estéticamente, no está muy encachao [es decir, elegante], pero, sí pudimos [...] a ver, eh Salamanca, ¿qué cosa?" El estudiante expresa su inquietud: "Profesor, quería preguntar, ¿esta función afín se puede reducir?". El docente responde de manera informal "Porque aquí podemos encacharlo más, esto. Lo podemos desgranar más".

Lo anterior revela que cuando se produce una participación inesperada por parte de los estudiantes, el profesor abandona las formas tradicionales de comunicación formal en la clase y utiliza recursos retóricos que le permiten mantenerse en el poder. Así, cuando un estudiante proporciona una respuesta diferente a la esperada por el profesor, pero igualmente válida, el docente le responde "Bien, Zapata, para que no te pongas a llorar, está muy bien lo que hiciste".

Por último, cuando un estudiante (Fabián) pasa a la pizarra a dar la solución del sistema de ecuaciones, el profesor le pide que se quede a un costado de la pizarra y comienza a interpretar lo que anotó el estudiante:

> ¿Qué es lo que dijo Fabián? Yo quiero que *x* valga cero. Quiero que *x* valga cero. Si *x* valiera cero, en el fondo, ¿cierto?, estaría desapareciendo la *x*. Me quedaba diez partido por dos, porque *x* asumía el valor cero. Diez partido por dos, simplificamos esa fracción, me quedaba cinco. De manera que el par ordenado logrado era cero, cinco. Fabián le metió otro valor.

Hasta este momento, el estudiante en cuestión no había abierto la boca y recién en este momento la abre para decir "seis", seguido de lo cual, el profesor dice "Seis. Como me quedaba diez menos seis partido por dos, diez menos seis partido por dos cuatro y cuatro partido por dos". El alumno en la pizarra vuelve a abrir la boca para decir "es dos" a lo que el profesor responde "Dos. Bien, Fabián".

Figura 3. – El profesor explica los cálculos del estudiante, quien contempla la situación desde la izquierda del pizarrón

Fuente: archivo de los autores.

En lo que va de la actividad matemática del aula, el profesor ha comunicado a sus estudiantes una visión ontológica de las matemáticas; se trata de una visión galileana en la que se asume que el mundo puede leerse a través de las matemáticas ("hasta del mundo del animal, podemos sacar características de allí y armar un problema matemático"). El mundo puede ser modelizado. También, ha comunicado una visión epistemológica: para llegar a conocer en matemáticas, se debe seguir lo que el profesor dice y hacer como él lo dice; es decir, en este caso, empezar con el proceso de traducción del problema dado al lenguaje algebraico y buscar su solución en ese lenguaje a través de un cálculo simbólico formal. Esta visión epistemológica contrasta con las visiones que proponen las teorías educativas contemporáneas sobre el aprendizaje de las matemáticas, teorías que fomentan una participación activa por parte de los estudiantes (es el caso del socioconstructivismo y la teoría de situaciones didácticas discutidas anteriormente).

En breve, la forma de vida que ofrece la actividad es opresiva. Los estudiantes deben conformarse a la voz del profesor.

Tercera parte de la lección

La última parte de la lección sigue las pautas de las anteriores. En esta parte, el profesor inicia el cierre de su clase con frases como "Me es grato". Se puede inferir que desea que los estudiantes entiendan que fue una buena clase y que él está conforme con su trabajo. Por lo tanto, como les indica a los estudiantes, se les asignará una "tareíta" como actividad de cierre. En este mismo cierre, el profesor comprende la importancia de las preguntas, como se evidencia en la frase "¿Hay alguna pregunta que se nos haya quedado en el tintero?" Sin embargo, el tiempo que les otorga a los estudiantes para dar una respuesta es demasiado breve (10 segundos) y, por lo tanto, ningún estudiante responde. Luego, dice: "Lo que me permite [inferir] que si no hay ninguna pregunta, […] me siento feliz, porque todos entendimos o nadie entendió nada o todos entendimos todo. Muy bien. Muchas gracias por su trabajo". Concluye la clase diciendo: "Las hojitas, ¿cierto?, déjenlas allí, ordenaditas porque las vamos a retirar para evaluar este trabajo que ustedes han desarrollado en el aula".

DISCUSIÓN

El profesor divide la lección en tres partes; la primera dura aproximadamente 9 minutos y tiene como objetivo no solo recordar los conceptos necesarios para alcanzar el objetivo de la lección, sino sobre todo establecer las formas de producción/circulación de ideas y las formas de colaboración humana. La primera parte se subdivide en dos: un recordatorio esencialmente terminológico y una pequeña tarea en la que los estudiantes dibujan puntos y rectas en el plano. La participación colectiva de los estudiantes se limita a pasar al frente de la clase por cortos periodos de tiempo, en los cuales los estudiantes escriben en silencio en el pizarrón. El profesor no pide al estudiante que explique o que dialogue con la clase. El estudiante es un instrumento en la circulación del saber y las ideas.

Respecto a lo que podemos llamar el "atlas" de la clase, los estudiantes están espacialmente posicionados solos o con un compañero. Esta disposición espacial sugiere un intento de promover intercambios y trabajo colaborativo. Sin embargo, no se ven estos elementos en el transcurso de la lección. La disposición espacial es cosmética, es pura apariencia. Nada habría cambiado si los estudiantes hubieran estado aislados unos de otros.

En la segunda parte de la lección, que dura aproximadamente 25 minutos, se resuelven nuevos problemas. Este es el corazón de la lección. Se ha elegido un problema para abordar el tema de la modelización de situaciones a través de un sistema de ecuaciones. El profesor reclama la atención completa de los estudiantes, pues es aquí donde aparece lo novedoso en el aprendizaje de los estudiantes. El profesor necesita esta atención de los estudiantes porque no son ellos quienes van a intentar modelizar el problema. Los estudiantes están posicionados de tal manera que están en la clase no para imaginar cómo resolver el problema, sino para escuchar y ver al profesor resolverlo. La atención silenciosa y pasiva es requerida para asegurar el éxito de esta parte central de la lección.

Con las pautas de la primera parte de la lección, el profesor *se posiciona* como aquel que sabe, que se encuentra en posición de poder y que está allí para decir cómo se hacen las cosas. Con ese mismo gesto, el profesor *posiciona* a los estudiantes como oyentes, como asistentes o participantes visuales de una obra que va a desplegarse frente a ellos, como en el teatro o en la ópera. Por su parte, los estudiantes *consienten* posicionarse como simples observadores. Alguien pudo haberse levantado y dicho: "¡Ya déjenos intentar resolver el problema nosotros mismos, carajo!" Pero esto no sucedió.

En la tercera parte de la lección, que dura aproximadamente 4 minutos, el profesor intenta hacer una síntesis. Las preguntas que hace el profesor no permiten que emerja un verdadero diálogo o una verdadera discusión. Las preguntas son cosméticas y no hacen sino concluir el largo monólogo del profesor que corre desde la primera línea hasta la última de la lección.

Desde el punto de vista de la teoría de la objetivación (Moretti, Panossian y Radford, 2018; Radford, 2020b; 2021), se establece en esta clase lo que Hegel (1977) llamó "la dialéctica del señor (*der Herr*) y el siervo (*der Knecht*)". Esta dialéctica "revela que el ser humano nace en la interacción social, a través de un proceso —una lucha— por el reconocimiento" (Habib, 2017, p. 19). No se trata, sin embargo, de un simple reconocimiento del Otro. La dialéctica entre señor y siervo se sustenta en relaciones con formas históricas de labor o actividad. No se es nunca igual o diferente al otro *en sí*, es decir, *en abstracto*, sino en la labor o actividad concreta y sus productos. Es solamente allí que puede darse el reconocimiento como asimetría simétrica y simetría asimétrica.

En nuestro caso, esta dialéctica significa que el profesor no puede presentarse a la clase y posicionarse él mismo. Su posicionamiento ocurre en una *actividad* en la que, por un lado, su relación con el saber como objeto de labor o actividad adquiere ciertas características: el profesor posee el saber. Por otro lado, su posicionamiento requiere el *reconocimiento* de los estudiantes.

Recíprocamente, a través de sus gestos sumisos, los estudiantes toman una posición específica posición ante el saber —una posición de desposeídos— y posicionan al profesor y se posicionan ellos mismos. El problema es que esta dialéctica debe superarse a través de un reconocimiento de ambos lados, es decir, mediante una transformación recíproca de la manera en que se producen y circulan las ideas, así como de cómo el profesor y los estudiantes se reconocen mutuamente. Esta transformación debería llegar a un reconocimiento del Otro no como subyugante y subyugado, sino como iguales en la desigualdad —una igualdad en la desigualdad que inevitablemente aparece como resultado de las posibilidades de acción que permite el acceso al saber.

El profesor tiene, antes de que empiece la clase, acceso al saber que los estudiantes no poseen. Sin embargo, al mismo tiempo, los estudiantes pueden contribuir con *nuevas posibilidades de acción* y *nuevas* ideas. No obstante, la dialéctica que observamos *silencia* las posibilidades de acción de los estudiantes y las nuevas voces y perspectivas que podrían aportar. Los extractos que hemos visto revelan los elementos retóricos que utiliza el profesor para llevar a cabo (posiblemente de forma inconsciente) su proyecto de someter al Otro: "¿Qué te pasó, Salamanca? Ya, espérate un poco. Estéticamente, no está muy encachao". "Bien, Zapata, para que no te pongas a llorar, está muy bien lo que hiciste". Salamanca y Zapata podrían haber manifestado insumisión; sin embargo, esto implica la aparición de una nueva forma de consciencia social que no caerá del cielo. La insubordinación de Salamanca y Zapata sería insuficiente para efectuar cambios. Se requerirá una *nueva actividad* en la que participen *todos*, incluidos aquellos que quedaron sin ser nombrados por el profesor y el propio profesor. No se trata simplemente de cambiar las reglas del juego o las circunstancias, sino de una actividad que, *partiendo* de la anterior, las niegue y transforme. En otras palabras, no se puede crear algo "fuera de la caja"; es decir, no se puede crear o imaginar algo nuevo independientemente de los sistemas de pensamiento a partir de los cuales surge lo nuevo. Lo nuevo siempre emerge de algo que le precede. En términos de Hegel, "nada es inmediato" (Hegel, 1969, p. 107). Toda idea, todo pensamiento es inevitablemente histórico. Siguiendo a Hegel, en la tesis 3 de sus *Tesis sobre Feuerbach*, Marx define brevemente este nuevo tipo de actividad como *praxis emancipadora* o *praxis revolucionaria.* El filósofo alemán afirma:

> La doctrina materialista de que los hombres son producto de las circunstancias y de la educación, y que, por lo tanto, los hombres cambiados son producto de otras circunstancias y de una educación cambiada, olvida que son los hombres los que cambian las circunstancias y que el

> propio educador debe ser educado. De ahí que esta doctrina esté abocada a dividir la sociedad en dos partes, una de las cuales es superior a la sociedad. La coincidencia del cambio de las circunstancias y de la actividad humana sólo puede concebirse y comprenderse racionalmente como una práctica revolucionaria. (Marx, 1998, pp. 572-573)

En sus comentarios sobre la tesis 3, Macherey (2008, p. 88) nos recuerda que, en general, “la teoría de la educación trata el problema de la formación de los estudiantes considerando al profesor como si estuviese ya formado”. En la praxis emancipadora, como ya lo había señalado Freire: “El hecho de que el profesor supuestamente sepa y que el alumno supuestamente no sepa no impide que el profesor aprenda durante el proceso de enseñanza y que el alumno enseñe en el proceso de aprendizaje” (Freire, 2016, p. 30).

Para salir del círculo vicioso del huevo y la gallina, es decir, si las circunstancias determinan la acción o la acción determinan las circunstancias, la tesis 3 nos invita a pensar la relación entre acción y circunstancia de manera dialéctica. La praxis emancipadora es una actividad práctico-critica (*praktisch-kritische Tätigkeit*), en la cual la acción ejercida por las circunstancias y la acción ejercida con respecto a estas circunstancias se autodeterminan, pudiendo así producir una nueva realidad efectiva en el que se vislumbra un nuevo orden ético (Radford, 2023b).

CONCLUSIONES

Este artículo ha intentado arrojar luz sobre el problema de la investigación del aula de matemáticas. Partimos de una idea central de la teoría de la objetivación, según la cual la unidad de análisis para entender el aula de matemáticas es la *actividad* que ocurre allí: la actividad de enseñanza y aprendizaje. En esa actividad confluyen y se expresan, inevitablemente, las maneras en que se comprende la educación en general, y la enseñanza y el aprendizaje en particular.

Nuestro análisis se inspira en ideas articuladas en trabajos anteriores (Radford, 2012; 2014; 2021) y plantea la idea de que la actividad matemática escolar puede ser vista a través del prisma de dos ejes o componentes organizadores interrelacionados que la sostienen: 1) las formas de producción y circulación de ideas y 2) las formas de colaboración humana que los estudiantes y profesores ponen en marcha en sus interacciones.

Con estas ideas en mente, procedimos a un estudio de caso: el análisis de una lección de matemáticas en una escuela secundaria chilena. Se pudo observar que el profesor en la lección estudiada en este artículo se ampara en un paradigma tradicional de enseñanza, el paradigma de transmisión de saberes al cual el profesor le incorpora algunos elementos socioconstructivistas que atienden a la participación del estudiante y a la retroalimentación que el profesor ofrece. Esta incorporación de elementos socioconstructivistas a la lección tradicional queda, sin embargo, sin grandes efectos. Se puede conjeturar que el profesor lo hace para satisfacer las exigencias que le impone su sistema educativo.

En el fondo, por su naturaleza misma, la lección parece no poder aportar contribuciones nuevas al campo de la educación matemática; después de todo, lecciones como esta —lecciones magistrales— no son nuevas ni raras, sino todo lo contrario (Hiebert *et al*., 2003; OECD, 2009).

Sin embargo, el *análisis* de esta lección ofrece una gran riqueza, ya que permite "desnaturalizarla" y, así, entender mejor algunas de las limitaciones de este conocido paradigma. Sobre todo, permite ver en detalle los mecanismos discursivos y organizacionales sutiles a los que recurre el profesor para implantar, con el acuerdo tácito de los estudiantes, una forma disciplinaria de participar en la práctica matemática.

Este análisis revela que el profesor y los estudiantes ponen en marcha formas de producción/circulación de saberes e ideas y formas concomitantes de colaboración humana; en particular, el desenvolvimiento de la dialéctica que Hegel (1977) ha llamado la dialéctica del señor y el siervo, en la cual, al amputar toda posibilidad de emancipación al estudiante, lo posiciona como sujeto sumiso. La voz del estudiante queda sumisa y confinada al estrecho espacio de acción propia que le impone el profesor. El filósofo canadiense John Russon observa que en la relación del señor y el siervo:

> ambos eligen aceptar una situación de reconocimiento desigual […] No es suficiente, ante tal situación, que el primero por sí solo elija su elección; su elección también debe ser reconocida (elegida) por el segundo […] La elección de cada "yo" debe ser, por tanto, la elección de un "nosotros", y esta elección mutua es lo que se vuelve habitual en las instituciones sociales. (Russon, 2004, p. 73)

Pero el problema aquí no es solo que el estudiante quede despojado de posibilidades de expresión al ver su voz sometida a la del profesor. Al despojar al estudiante de su voz e imponer la suya, el profesor somete su propia voz a la voz implacable de la razón matemática, la cual, en vez de ser fuente de imaginación, exploración y placer estético, se reduce a un canal de raciocinio rígido e inalterable.

La postura de la razón matemática, tal como la entiende y la moviliza el profesor, es "reducir toda experiencia a una unidad racional" (Russon, 2004, p. 117). El profesor se ve investido de la misión de realizar "una tarea natural que pueden y deben realizar todos los agentes [estudiantes] que enfrentan la misma situación" (p. 117). De esa manera, el profesor, en un nivel diferente al de los estudiantes, experimenta la misma alienación que estos, al someterse obedientemente a la razón matemática y a la institución escolar. De la misma manera que los estudiantes se someten al profesor, este se somete a la voz de una racionalidad sin cuestionar, la cual termina obligándolo a actuar como lo hace. La ironía de todo esto es que tanto el profesor como los estudiantes se alienan mutuamente.

Para romper con esta dialéctica inadecuada, se hubiera requerido, entre otras cosas, que el profesor diera la oportunidad a los estudiantes de presentarse y expresarse ante los demás, y que estuviese dispuesto a escuchar *genuinamente* esas voces. Por ejemplo: "Déjame ver, Salamanca, ¿cómo tú y tu compañero de equipo han pensado el problema? Ofrécenos tu perspectiva y la de tu compañero para que todos podamos aprender de ella". En esta lección, esto no sucede. Y si hubiera sucedido, todavía hubiera sido necesario que los estudiantes aceptaran salir de su posición de sujetos sometidos y aceptaran las responsabilidades y consecuencias del nuevo espacio que se abre ante ellos. Y por sorprendente que esto pueda parecer, cuando lo primero ocurre, cuando el profesor da un paso buscando una participación más importante y sostenida de los estudiantes, lo segundo no necesariamente ocurre.

La transformación de la dialéctica del señor y el siervo requiere un trabajo arduo, como lo sugiere el trabajo de Lasprilla (2022). Dicho trabajo ha puesto de manifiesto que no es suficiente ofrecer una organización espacial favorable al trabajo en pequeños grupos para que se produzca una interacción y comunicación verdaderas. A menudo, la interacción es muy limitada; además, se produce resistencia por parte de los estudiantes, muchos de los cuales prefieren que se les siga diciendo cómo hacer las cosas en lugar de buscar por sí mismos soluciones a los problemas matemáticos planteados (Lasprilla, Radford y León, 2021; Radford y Lasprilla, 2020). Freire (1969, p. 38) observó que “Los oprimidos, acomodados y adaptados, inmersos en el propio engranaje de la estructura de dominación, temen a la libertad, en cuanto no se sienten capaces de correr el riesgo de asumirla”. La transformación de la dialéctica del señor y del siervo no puede operarse sino dentro del marco de una praxis emancipadora, la cual implica una tarea que Freire llamaba “histórica” en la que los oprimidos al “liberarse a sí mismos, [liberan] a los opresores” (Freire, 1997, p. 33). No se trata de crear dicha práctica afuera o al lado de la práctica de opresión, sino de partir de la práctica real y concreta de los estudiantes y profesores y transformarla desde adentro.

En todo caso, el análisis de la lección ilustra cómo el eje de las formas de producción/circulación de ideas va de la mano con el eje de las formas de colaboración humana. El análisis muestra que, en la actividad matemática escolar estudiada en este artículo, ambos ejes se despliegan en una dialéctica inadecuada en la que el profesor y los estudiantes terminan sometidos. Además, este análisis permite intuir que una transformación de la dinámica del aula debería pensarse como una transformación simultánea de ambos ejes organizadores interrelacionados y de la dialéctica que se establece entre ellos.

Reconocimientos

Este artículo es resultado de una investigación subvencionada por el *Social Sciences and Humanities Research Council of Canada / Le conseil de recherches en sciences humaines du Canada* (SSHRC/CRSH).

REFERENCIAS

Andrà, C., Brunetto, D., Parolini, N. y Verani, M. (2020). Four fundamental modes of participation in mathematics group activities. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *18*, 123-143.

Bernays, P. (1935). Sur le platonisme dans les mathématiques. *L’Enseignement Mathématique*, *34*, 52-69.

Breda, A., Font, V. y Pino-Fan, L. R. (2018). Criterios valorativos y normativos en la Didáctica de las Matemáticas: el caso del constructo idoneidad didáctica. *Bolema*, *32*(60), 255-278.

Brousseau, G. (2002). *Theory of didactical situations in mathematics*. Dordrecht: Kluwer.

Busch, J. (2012). The indispensability argument for mathematical realism and scientific realism. *Journal for General Philosophy of Science*, *43*(1), 3-9.

Cabañas, G. y Cantoral, R. (2010). Análisis de la actividad matemática en el salón de clases. Un estudio socioepistemológico. En P. Lestón (Ed.), *Acta latinoamericana de educación educativa* (pp. 939-947). CLAME.

Chatelet, A., Enriques, F. y Gagnebin, S. (1929). Les modifications essentielles de l'enseignement mathématique dans les principaux pays depuis 1910. *L'Enseignement Mathématique*, *28*, 5-27.

Clarke, D., Emanuelsson, J., Jablonka, E. y Mok, E. (2006). *Making connections: Comparing mathematics classrooms around the world.* Rotterdam: Sense Publishers.

Colyvan, M. (2001). The miracle of applied mathematics. *Synthese 127*, 265-277.

de Pace, A. (1993). *Le matematiche e il mondo*. Milán: Francoangeli.

Foucault, M. (2001). *Dits et écrits II, 1976-1988*. Paris: Gallimard.

Freire, P. (1997). *Pedagogía del oprimido*. México: Siglo XXI.

Freire, P. (2016). *Pedagogia da Solidariedade*. São Paulo, Brazil: Paz & Terra.

Godino, J. D. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, (11), 111-132.

Habib, M. (2017). *Hegel and Empire*. Cham: Palgrave Macmillan.

Hegel, G. (1969). *Science of logic*. (Trad. A. V. Miller). New York: Humanity Books.

Hegel, G. W. F. (1977). *Hegel's phenomenology of spirit* (trad. A. V. Miller). Oxford: Oxford University Press (Primera edición, 1807).

Hiebert, J., Gallimore, R., Garnier, H., Givven, K. B., Hollingsworth, H., Jacobs, J., Chui, A. M.-Y., Wearne, D., Smith, M., Manaster, A., Tseng, E., Etterbeek, W., Manaster, C., Gonzales, P. y Stigler, J. W. (2003). *Teaching Mathematics in Seven Countries: Results from the TIMSS 1999 Video Study*. Washington, D.C.: US Department of Education, National Center for Education Statistics.

Kaur, B., Anthony, G., Ohtani, M. y Clarke, D. (2013). *Student voice in mathematics classrooms around the world*. Rotterdam: Sense Publishers.

Lasprilla, A. (2022). *La ética comunitaria en los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en educación primaria*. Bogotá, Colombia: Instituto para la Investigación Educativa y el Desarrollo Pedagógico. https://descubridor.idep.edu.co/Record/ir-001-2587

Lasprilla, A., Radford, L. y León, O. (2021). Formas de interacción social y aspectos éticos en actividades matemáticas escolares. En L. Radford y M. Silva Acuña (Eds.), *Ética: Entre educación y filosofía* (pp. 211-232). Bogotá, Colombia: Uniandes.

Leont'ev, A. N. (1978). *Activity, consciousness, and personality*. Prentice-Hall.

Macherey, P. (2008). *Marx 1845. Les 'thèses' sur Feuerbach*. Paris: Éditions Amsterdam.

Marx, K. (1968). *Oeuvres. Économie II*. Paris: Pléiade.

Marx, K. (1998). *The German ideology, including Theses on Feuerbach and Introduction to the critique of political economy.* New York: Prometheus Books.

Mesiti, C., Artigue, M., Grau, V. y Novotna, J. (2022). Towards an international lexicon. *ZDM*, *54*, 239-255.

Moretti, V., Panossian, M. L. y Radford, L. (2018). Questões em torno da teoria da objetivação. *Obutchénie*, *2*(1), 230-251.

OECD. (2009). *Creating effective teaching and learning environments*. Recuperado de www.oecd.org/edu/school/43023606.pdf.

Priya, A. (2021). Case study methodology of qualitative research: Key attributes and navigating the conundrums in its application. *Sociological Bulletin*, *70*(1), 94-110.

Radford, L. (2012). Education and the illusions of emancipation. *Educational Studies in Mathematics*, *80*(1), 101-118.

Radford, L. (2014). On teachers and students. En P. Liljedahl, C. Nicol, S. Oesterle y D. Allan (Eds.), *Proceedings of the Joint 38th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education and the 36th Conference of the American Chapter* (vol. 1, pp. 1-20). Vancouver, Canadá: PME.

Radford, L. (2018). On theories in mathematics education and their conceptual differences. En B. Sirakov, P. de Souza y M. Viana (Eds.), *Proceedings of the international congress of mathematicians*. Vol. 4 (pp. 4055-4074). Singapore: World Scientific Publishing Co.

Radford, L. (2020a). ¿Cómo sería una actividad de enseñanza-aprendizaje que busca ser emancipadora? La labor conjunta en la teoría de la objetivación. *Revista Colombiana de Matemática Educativa, RECME, Número especial de la Teoría de la Objetivación*, *5*(2), 15-31.

Radford, L. (2020b). Un recorrido a través de la teoría de la objetivación A journey through the theory of objectification. En S. Takeco Gobara y L. Radford (Eds.), Teoria da Objetivação: *Fundamentos e aplicações para o ensino e aprendizagem de ciências e matemática* (pp. 15-42). São Paulo: Livraria da Física.

Radford, L. (2021). Reimaginar el aula de matemáticas: Las matemáticas escolares como praxis emancipadora. *Revista Chilena de Educación Matemática*, *13*(2), 44-55. https://doi.org/10.46219/rechiem.v13i2.88

Radford, L. (2023a). *La teoría de la objetivación. Una perspectiva vygotskiana sobre saber y devenir en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. Bogotá, Colombia: Uniandes. Retrieved from https://bit.ly/Radford_TO

Radford, L. (2023b). Ethics in the mathematics classroom. *Hiroshima Journal of Mathematics Education*, *16*, 57-75. https://www.jasme.jp/hjme/

Radford, L. y Lasprilla, A. (2020). De porqué la ética es ineludible de considerar en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. *La matematica e la sua didattica*, *28*(1), 107-128.

Russon, J. (2004). *Reading Hegel's Phenomenology*. Bloomington: Indiana University Press.

Valero, P. (2009). Mathematics education as a network of social practices. In *Proceedings of the 6th Conference of European Research in Mathematics Education (CERME 6) Lyon, France–Jan.,28th–Feb.,1, 2009*. https://www.researchgate.net/publication/281438080_Mathematics_education_as_a_network_of_social_practices. Lyon: CERME.

Vargas, J., & Radford, L. (2023). Teoria da objetivação: Um foco na produção de subjetividades. *Revista Venezolana de Investigación en Educación Matemática*, *3*(3), 1-17. DOI: 10.54541/reviem.v3i3.71

Vygotsky, L. S. (1997). *Educational psychology*. Boca Raton, Florida: St. Lucie Press.

Yackel, E. y Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education, 27*(4), 458-477.

COMO CITAR — APA
Radford, L., Quiroz, A., & Silva, M. (2024). ¿Qué podemos aprender de la enseñanza magistral?
Una contribución a la investigación de la actividad matemática escolar. ***PARADIGMA***, *XLV*(Edición Temática 2), e2024001. https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2024.e2024001.id1573.

COMO CITAR — ABNT
RADFORD, Luis; QUIROZ, Alonso; SILVA, Maritza. ¿Qué podemos aprender de la enseñanza magistral? Una contribución a la investigación de la actividad matemática escolar. **PARADIGMA**, Maracay, v. XLV, Edición Temática n. 2, e2024001, Nov., 2024. https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2024.e2024001.id1573.

HISTÓRICO
Submetido: 17 de marzo de 2024.
Aprobado: 17 de junio de 2024.
Publicado: 01 de noviembre de 2024.

EDITORAS CONVIDADAS
Claudianny Amorim Noronha
Shirley Takeco Gobara
Luanna Priscila da Silva Gomes

EDITOR JEFE
Fredy E. González

ARBITROS
Dos árbitros evaluaron este manuscrito y no autorizaron la publicación de sus nombres